FLORIN ANTOHE MARIUS ANTONESCU
GHEORGHE IACOVIȚĂ

FIȘE DE LUCRU DIFERENȚIATE

ARITMETICĂ, ALGEBRĂ, GEOMETRIE

Clasa a V-a

Partea a II-a

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

CUPRINS

FIȘA DE LUCRU NR. 1

INTRODUCEREA ȘI SCOATEREA ÎNTREGILOR ÎN/DINTR-O FRACȚIE

Înțeleg!

Fie fracția supraunitară $\frac{x}{y}$. Aplicând teorema împărțirii cu rest, rezultă $x = y \cdot z + r$, unde z este **câtul**, iar r este **restul** împărțirii lui x la y. Atunci: $\frac{x}{y} = \frac{y \cdot z + r}{y} = \frac{y \cdot z}{y} + \frac{r}{y} = z + \frac{r}{y}$.

Deci, $\frac{x}{y} = z + \frac{r}{y}$ (citim „z întregi și $\frac{r}{y}$" și notăm $z\frac{r}{y}$).

- Dacă scriem $\frac{x}{y} = z\frac{r}{y}$, spunem că **am scos întregii din fracție;**
- Dacă scriem $z\frac{r}{y} = \frac{x}{y}$, spunem că **am introdus întregii în fracție.**

Exemple:

1. $\frac{37}{5} = 7 + \frac{2}{5} = 7\frac{2}{5}$;
2. $4\frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{20 + 3}{5} = \frac{23}{5}$.

Exersăm!

1. Scrie sub formă de întregi și fracții:
a) 4 întregi și trei cincimi; b) 6 întregi și trei pătrimi; c) 12 întregi și patru șeptimi;
d) 9 întregi și cinci optimi; e) 7 întregi și o doime; f) 15 întregi și două treimi.

2. Scoate întregii din fracțiile:
a) $\frac{20}{12}$; b) $\frac{123}{17}$; c) $\frac{18}{5}$; d) $\frac{4327}{29}$; e) $\frac{635}{81}$.

3. Introdu întregii în fracție:
a) $3\frac{1}{6}$; b) $8\frac{9}{48}$; c) $3\frac{2}{5}$; d) $17\frac{1}{15}$; e) $23\frac{4}{9}$.

4. Determină numărul natural n în fiecare dintre situațiile:
a) $\frac{37}{6} = n\frac{1}{6}$; b) $\frac{n}{8} = 5\frac{7}{8}$; c) $\frac{42}{11} = 3\frac{n}{11}$; d) $\frac{48}{11} = n\frac{4}{11}$; e) $\frac{123}{25} = 4\frac{n}{25}$.

5. Compară, scoțând întregii din fracții:
a) $\frac{23}{9}$ și $\frac{54}{11}$; b) $\frac{15}{7}$ și $\frac{19}{9}$; c) $\frac{21}{4}$ și $\frac{17}{6}$; d) $\frac{42}{11}$ și $\frac{11}{4}$.

Fixăm!

1. Scrie toate fracțiile de forma $\frac{5a+3}{3a-2}$, unde a este număr prim format dintr-o singură cifră. Scoate apoi întregii din fiecare fracție.

2. **a)** Scoate întregii din fracția $\frac{13}{2x+1}$, $x \in \mathbb{N}^*$ (discuție după x).

b) Determină $x \in \mathbb{N}$, astfel încât fracția $\frac{\overline{3x7}}{48}$ să conțină exact 7 întregi.

3. Dacă $\frac{n}{10} = 2\frac{7}{10}$ și $\frac{45}{8} = m\frac{5}{8}$, scoate întregii din fracțiile:

a) $\frac{n}{m}$; **b)** $\frac{n+13}{m+1}$; **c)** $\frac{n+3}{2m+4}$; **d)** $\frac{2n}{7m-5}$.

4. Scoate întregii din fiecare dintre următoarele fracții, unde $a \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{6a+7}{a+1}$; **b)** $\frac{8a+1}{a}$; **c)** $\frac{5a-1}{a}$; **d)** $\frac{7+4a}{a+3}$.

Încadrează apoi fiecare fracție între două numere naturale consecutive.

5. **Activitate în echipă.** Determinați fracțiile supraunitare de forma $\frac{\overline{8x}}{\overline{y7}}$, știind că numărătorul $\overline{8x}$ este pătrat perfect, iar numitorul $\overline{y7}$ este număr prim. Scoateți întregii din fiecare fracție.

Verificăm!

1. Determină:

a) cel mai mic și cel mai mare număr natural x, pentru care fracția $\frac{x}{11}$ conține exact 3 întregi;

b) câte numere naturale x au proprietatea că fracția $\frac{3x+2}{11}$ conține exact 10 întregi.

2. Știind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, scoate întregii din următoarele fracții:

a) $\frac{1+2+3+\ldots+100}{2+4+6+\ldots+50}$; **b)** $\frac{1+7+13+\ldots+319}{2+5+8+\ldots+164}$;

c) $\frac{2019!+1}{2019}$; **d)** $\frac{1+3+5+\ldots+2019+1}{1010^2}$.

3. Știind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, arată că:

a) $5!\frac{2}{7} < \frac{845}{7}$; **b)** $\frac{45!+44!+1}{46} = 44!\frac{1}{46}$.

(*MĂ AUTOAPRECIEZ:* ....) **(*NOTA PROFESORULUI:* ....)**

FIȘA DE LUCRU NR. 2

CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. AMPLIFICAREA ȘI SIMPLIFICAREA FRACȚIILOR; FRACȚII IREDUCTIBILE

Înțeleg!

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale a și b este un număr natural d, care:
1) divide pe a și pe b;
2) orice alt divizor comun al numerelor a și b este și divizor al lui d.

Cel mai mare divizor comun, prescurtat **c.m.m.d.c.**, a două numere naturale a și b se notează cu (a, b).

Exemple: $(4, 12) = 4$, $(40, 50) = 10$, $(15, 20, 25) = 5$.

Putem identifica c.m.m.d.c. a două numere naturale, scriind toți divizorii acestora.

A **amplifica** o fracție $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a înmulți și numărătorul, și numitorul fracției cu n. Prin amplificare, se obține o **fracție egală** cu cea dată.

Notăm: ${}^{n)}\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$. **Exemplu:** ${}^{5)}\frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{15}{35}$

A **simplifica** o fracție $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a împărți și numărătorul, și numitorul fracției la n. Prin simplificare, se obține o **fracție egală** cu cea dată.

Notăm: $\frac{a^{(n}}{b} = \frac{a:n}{b:n}$. **Exemplu:** $\frac{28^{(14}}{42} = \frac{28:14}{42:14} = \frac{2}{3}$.

O fracție care nu mai poate fi simplificată se numește fracție ireductibilă. Altfel spus, dacă cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului unei fracții este 1, atunci fracția este ireductibilă.

Exemple de fracții ireductibile: $\frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \frac{17}{8}; \frac{123}{5}; \frac{89}{7}$.

Exersăm!

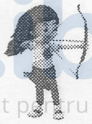
1. Calculează c.m.m.d.c. al numerelor:
a) 42 și 36; b) 40 și 25; c) 72 și 88; d) 108 și 270; e) 432 și 288.

2. Amplifică cu 5 următoarele fracții: $\frac{2}{3}; \frac{6}{11}; \frac{x}{y}; \frac{2a}{5b}; \frac{a+2}{b+1}; \frac{x+y}{a+b}$.

3. Simplifică prin 3 următoarele fracții: $\frac{12}{15}; \frac{18}{48}; \frac{3x}{9y}; \frac{15x+27y}{21a+33b}; \frac{4^2 \cdot 3}{3 \cdot 7}$.

4. Dă exemple de numere care au cel mai mare divizor comun egal cu:
a) 2; b) 6; c) 10; d) 14; e) 25.

5. Adu la formă ireductibilă următoarele fracții:
a) $\frac{2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^4}{2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11}$; b) $\frac{5200}{18200}$; c) $\frac{1716}{4290}$; d) $\frac{34a+34b}{51a+51b}$.



Fixăm!

1. Află numărul natural y, astfel încât fiecare dintre următoarele egalități să fie adevărată:

a) $\dfrac{3}{5}=\dfrac{y}{10}$; **b)** $\dfrac{7}{y}=\dfrac{21}{15}$; **c)** $\dfrac{y+2}{y+7}=\dfrac{3y+6}{48}$.

2. Arată că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi $x \in \mathbb{N}$:

a) $\dfrac{7x+10}{5x+7}$; **b)** $\dfrac{4x+3}{6x+4}$.

3. Simplifică fracțiile:

a) $\dfrac{173173}{731731}$; **b)** $\dfrac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}}$; **c)** $\dfrac{\overline{xy0xy}}{38\,038}$.

4. Află numerele naturale y, pentru care următoarele fracții sunt reductibile:

a) $\dfrac{y+4}{y+6}$; **b)** $\dfrac{4y+3}{7y+6}$.

5. **Activitate în echipă.** Aflați cea mai mare și cea mai mică fracție de forma $\dfrac{\overline{1a7b}}{\overline{c51d}}$, care se simplifică prin 36.

Verificăm!

1. Simplifică fracția $\dfrac{\overline{3a3a3a3a}}{\overline{7a7a7a7a}}$ și determină cifra a, astfel încât fracția obținută să fie ireductibilă.

2. Arată că fracția $\dfrac{8^n+2^n-(3^n+7^n)}{9^n-4^n}$ se poate simplifica printr-un număr natural diferit de 0 sau 1, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

3. Adu la formă ireductibilă fracția: $\dfrac{2\cdot 3+4\cdot 6+6\cdot 9+...+2010\cdot 3015}{3\cdot 5+6\cdot 10+9\cdot 15+...+3015\cdot 5025}$.

4. Arată că fracția $F=\dfrac{4^k\cdot 25^{k+2}-1}{2^{2k}\cdot 25^k-1}$ este reductibilă pentru orice $k \in \mathbb{N}$.

5. Arată că fracția $\dfrac{2\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot ...\cdot 2^{2n}+7}{(4^n)^n\cdot 2^n\cdot 2+12}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este ireductibilă.

6. Dacă $x \in \mathbb{N}^*$, simplifică:

a) $\dfrac{17^x+17^{x+1}}{7^x+7^{x+1}}$; **b)** $\dfrac{36\cdot 6^x-2^{x+2}\cdot 3^{x+1}-2^{x+1}\cdot 3^{x+2}}{36\cdot 6^x-6\cdot 6^x-21\cdot 6^x}$.

7. Determină numărul de fracții ireductibile din mulțimea $A=\left\{\dfrac{1}{2015}, \dfrac{2}{2015}, ..., \dfrac{2014}{2015}\right\}$.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***

FIȘA DE LUCRU NR. 3

CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. ADUCEREA FRACȚIILOR LA UN NUMITOR COMUN

Înțeleg!

Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale a și b este un număr natural m, care:

1) este multiplu al lui a și al lui b;

2) orice alt multiplu comun al numerelor a și b este divizibil cu m.

Cel mai mic multiplu comun, prescurtat **c.m.m.m.c.**, a două numere naturale a și b se notează cu $[a, b]$.

Exemple: $[4, 12] = 12$, $[40, 50] = 200$, $(15, 20, 25) = 300$.

Putem identifica c.m.m.m.c. a două numere naturale, scriind multiplii nenuli ai acestora până când găsim primul multiplu comun.

Pentru a aduce două sau mai multe fracții la același numitor, se procedează astfel:

- se calculează cel mai mic multiplu comun, care va fi numitorul comun;
- se calculează câtul dintre numitorul comun și numitorul fiecărei fracții;
- se amplifică fiecare fracție cu câtul corespunzător.

Exemple:

1. $\frac{7}{4}$ și $\frac{2}{5} \Rightarrow [4, 5] = 20$; $20 : 4 = 5$; $20 : 5 = 4$. Deci $^{5)}\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$ și $^{4)}\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$.

2. $\frac{17}{30}$ și $\frac{13}{45} \Rightarrow [30, 45] = 90$; $90 : 30 = 3$ și $90 : 45 = 2$, deci $^{3)}\frac{17}{30} = \frac{51}{90}$; $^{2)}\frac{13}{45} = \frac{26}{90}$.

Exersăm!

1. Calculează c.m.m.m.c. al numerelor:

a) 10 și 15; **b)** 30 și 40; **c)** 27 și 54; **d)** 28 și 70; **e)** 112 și 252.

2. Se consideră fracțiile: $\frac{7}{15}; \frac{5}{6}; \frac{4}{9}; \frac{9}{10}; \frac{11}{90}; \frac{7}{45}; \frac{9}{40}; \frac{25}{180}; \frac{17}{20}; \frac{23}{30}$. Amplifică fracțiile, astfel încât toate fracțiile rezultate să aibă numitorul 360.

3. Află cel mai mic numitor comun pentru fiecare pereche de fracții:

a) $\frac{4}{5}$ și $\frac{9}{8}$; **b)** $\frac{15}{16}$ și $\frac{13}{24}$; **c)** $\frac{11}{18}$ și $\frac{17}{63}$; **d)** $\frac{5}{11}$ și $\frac{18}{55}$.

4. Dă exemple de perechi de numere, care au cel mai mic multiplu comun egal cu:

a) 8; **b)** 13; **c)** 24; **d)** 36; **e)** 45.

5. Adu fracțiile la cel mai mic numitor comun:

a) $\frac{12}{36}, \frac{7}{12}$; **b)** $\frac{8}{9}, \frac{3}{4}$; **c)** $\frac{25}{40}, \frac{3}{24}$; **d)** $\frac{36}{45}, \frac{12}{20}$.

Fixăm!

1. Ordonează descrescător următoarele fracții, aducându-le mai întâi la același numitor:

a) $\frac{7}{5}, \frac{23}{15}, \frac{5}{3}, \frac{11}{6}$; b) $\frac{5}{12}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$; c) $\frac{3}{5}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}$.

2. Se consideră fracțiile: $\frac{1}{36}; \frac{9}{28}; \frac{4}{56}; \frac{5}{42}$.

a) Află c.m.m.m.c. al numitorilor fracțiilor.
b) Adu fracțiile la cel mai mic numitor comun.

3. Determină $\overline{ab}$ în fiecare dintre următoarele situații:

a) $[\overline{a6}, \overline{2b}] = 112$; b) $[\overline{a25}, \overline{1b0}] = 450$; c) $[\overline{a5}, \overline{6b}] = 325$.

4. Compară următoarele fracții, aducându-le mai întâi la același numitor:

a) $\frac{9}{2^2 \cdot 5}$ și $\frac{13}{2^2 \cdot 11}$; b) $\frac{7}{3^2 \cdot 5}$ și $\frac{11}{3 \cdot 5^2}$; c) $\frac{13}{3^2 \cdot 7 \cdot 11}$ și $\frac{31}{3 \cdot 7^2 \cdot 11}$

5. **Activitate în echipă.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $[36, 64, 76] = 72$; b) $[144, 96, 196] = 588$.

Verificăm!

1. Fie numerele $a = 2n + 5$ și $b = 5n + 12$, $n \in \mathbb{N}$. Arată că $[a, b] = a \cdot b$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$. (Prin $[a, b]$ s-a notat cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b.)

2. Compară fracțiile $f_1 = \frac{a + 125^{725}}{a + 625^{544}}$ și $f_2 = \frac{b + 127^{1007}}{b + 343^{671}}$, cu a și b numere naturale.

3. Calculează c.m.m.m.c. al numerelor: $81^{12} + 9^{24}$ și $27^{15} + 3^{45}$.

4. Considerăm numerele naturale nenule a, b și c.

a) Demonstrează că, dacă $(a, c) = (b, c)$ și $[a, c] = [b, c]$, atunci $a = b$.
b) Arată că $(a, b) + [a, b] \geq a + b$, unde (a, b) = c.m.m.d.c. al numerelor a și b, iar $[a, b]$ = c.m.m.m.c. al numerelor a și b.

5. Fie $a = \frac{7}{2x + 3y}$, $b = \frac{2x + 3y}{3x + 1}$, $c = \frac{3x + 1}{7}$, $d = \frac{25}{(x + 2)^2 + (2y + 1)^2}$, unde $x, y \in \mathbb{N}^*$. Arată că a, b, c sunt simultan naturale, dacă și numai dacă d este număr natural.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***

FIȘA DE LUCRU NR. 4

ADUNAREA ȘI SCĂDEREA FRACȚIILOR ORDINARE

Înțeleg!

Adunarea şi scăderea fracţiilor cu acelaşi numitor

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare cu acelaşi numitor, se adună, respectiv se scad numărătorii şi se păstrează numitorul comun:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{N} \text{ şi } n \in \mathbb{N}^*;$$

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{N}, \text{ cu } a \geq b \text{ şi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Adunarea şi scăderea numerelor raţionale pozitive exprimate prin fracţii cu numitori diferiţi

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare care au numitorii diferiţi, se aduc mai întâi fracţiile la acelaşi numitor şi apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

Exemplu: Pentru a calcula suma $\frac{7}{20}+\frac{4}{15}$, se procedează astfel:

- Determinăm numitorul comun al fracţiilor, care este $[20, 15] = 60$.
- Amplificăm fracţia $\frac{7}{20}$ cu câtul dintre 60 şi 20, şi anume cu 3, şi obţinem $^{3)}\frac{7}{20}=\frac{21}{60}$. Amplificăm şi fracţia $\frac{4}{15}$ cu câtul dintre 60 şi 15, şi anume cu 4, şi obţinem $^{4)}\frac{4}{15}=\frac{16}{60}$.
- **Suma** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}+\frac{16}{60}=\frac{37}{60}$, iar, respectiv, **diferenţa** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}-\frac{16}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$.

Observaţii:

1. Dacă fracţiile care se adună sau se scad nu sunt ireductibile, este preferabil să se simplifice până devin ireductibile şi apoi să se aducă la acelaşi numitor.

2. Rezultatul adunării sau scăderii trebuie, de asemenea, să fie exprimat printr-o fracţie ireductibilă.

3. Adunarea fracţiilor este asociativă, comutativă şi admite ca element neutru numărul 0.

4. Scăderea fracţiilor nu este nici asociativă, nici comutativă.

5. $\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ şi $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}$.

Exersăm!

1. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}$; b) $\frac{3}{6}+\frac{14}{6}+\frac{13}{6}$; c) $\frac{13}{9}-\frac{7}{9}$; d) $\frac{35}{63}-\frac{14}{63}$; e) $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$.

2. Calculează:

a) $\frac{1}{9}+\frac{3}{7}$; b) $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$; c) $\frac{17}{4}+\frac{7}{24}+\frac{5}{8}$; d) $3-\frac{2}{5}$; e) $\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$.

3. Calculează:

a) $4\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$; b) $5\frac{1}{4}+6\frac{1}{10}$; c) $6\frac{1}{4}+5\frac{2}{3}+1\frac{17}{24}$; d) $4\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$.

4. Calculează:

a) $\frac{5}{72}+\frac{3}{24}+\frac{7}{36}$; b) $3\frac{1}{3}+4\frac{1}{7}+\frac{2}{21}$; c) $\frac{1}{3}+\frac{5}{18}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}$; d) $3\frac{1}{5}+2\frac{1}{10}+\frac{9}{10}$.

5. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{1}{4^6}$; b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}$.

Fixăm!

1. Calculează:

a) $\left(43-37\frac{24}{35}\right)-\left(1\frac{11}{14}-\frac{2}{7}\right)$; b) $99\frac{11}{26}-\left(71\frac{3}{13}-23\frac{7}{26}\right)$.

2. Calculează:

a) $\frac{55}{77}-\frac{33}{88}$; b) $\frac{6666}{7777}-\frac{3333}{5555}$; c) $\frac{12121212}{17171717}-\frac{11111111}{19191919}$.

3. Calculează, grupând convenabil termenii:

a) $\frac{49}{100}+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{9}{10}$; b) $\frac{4}{25}+\frac{2}{15}+\frac{7}{12}+\frac{11}{100}+\frac{3}{50}+\frac{7}{60}$.

4. Un muncitor, lucrând singur, termină o lucrare în 24 de ore, altul, în 40 de ore, iar al treilea, în 15 ore.

a) Cât lucrează într-o oră fiecare muncitor?

b) Cât lucrează într-o oră cei trei muncitori împreună?

c) Calculează în câte ore termină lucrarea cei trei muncitori, lucrând împreună.

5. **Activitate în echipă.** Fie $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2019}$ și $b=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2018}{2019}$. Calculați $a+b$.

Verificăm!

1. Calculează:

a) $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+...+\frac{1}{99\cdot100}$; b) $\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}...+\frac{1}{2652}$;

c) $\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+...+\frac{2}{97\cdot99}$; d) $\frac{3}{1\cdot4}+\frac{3}{4\cdot7}+\frac{3}{7\cdot10}+...+\frac{3}{100\cdot103}$.

2. Calculează $a=\frac{15}{13}+\frac{1515}{1313}+\frac{151515}{131313}+...+\frac{151515...15}{\underbrace{131313...13}_{\text{26 de cifre}}}$.

3. Arată că $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2012^2}<2$.

4. Dacă $\frac{2012}{a+1}+\frac{2012}{b+2}+\frac{2012}{c+3}=2013$, atunci calculează $\frac{a}{a+1}+\frac{b+1}{b+2}+\frac{c+2}{c+3}+\frac{2013}{2012}$, unde a, b, c sunt numere raționale pozitive.

5. Verifică egalitatea $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{39}-\frac{1}{40}=\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+...+\frac{1}{40}$.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***

FIȘA DE LUCRU NR. 5
ÎNMULȚIREA FRACȚIILOR ORDINARE

Înțeleg!

Înmulțirea unui număr natural cu o fracție ordinară

Pentru a înmulți un număr natural cu o fracție ordinară, se înmulțește numărul cu numărătorul și se păstrează numitorul: $n\cdot\frac{a}{b}=\frac{n\cdot a}{b}$, oricare ar fi n, a și b numere naturale, cu b diferit de zero.

Exemple: a) $7\cdot\frac{5}{28}=\frac{7\cdot5}{28}=\frac{35^{(7}}{28}=\frac{5}{4}$; b) $15\cdot\frac{8}{18}=\frac{15\cdot8}{18}=\frac{120^{(6}}{18}=\frac{20}{3}$.

Înmulțirea a două fracții ordinare

Pentru a înmulți două fracții ordinare, înmulțim numărătorii între ei și numitorii între ei:

$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$, oricare ar fi a, b, c, d numere naturale, cu b și d diferite de zero.

Exemple: a) $\frac{1}{5}\cdot\frac{15}{17}=\frac{1\cdot15}{5\cdot17}=\frac{15^{(5}}{85}=\frac{3}{17}$; b) $\frac{4}{7}\cdot\frac{21}{8}=\frac{4\cdot21}{7\cdot8}=\frac{84^{(4}}{56}=\frac{21^{(7}}{14}=\frac{3}{2}$.

Observație: Calculele devin mult mai ușoare dacă se fac simplificările înainte de a efectua produsul.

Exemple: a) $\frac{4}{7}\cdot\frac{21}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\cdot\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\cdot\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{1\cdot3}{1\cdot2}=\frac{3}{2}$; b) $\frac{32}{48}\cdot\frac{42}{4}=\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{8}}}{\cancel{32}}\cdot\overset{7}{\cancel{42}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{6}}}{\cancel{48}}\cdot\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{1\cdot7}{1\cdot1}=7$.

Înmulțirea fracțiilor este asociativă, comutativă, distributivă față de adunare și scădere și admite ca element neutru numărul 1.

Exersăm!

1. Calculează:

a) $3\cdot\frac{3}{2}$; b) $20\cdot\frac{7}{25}$; c) $\frac{1}{36}\cdot21$; d) $6\cdot\frac{3}{4}$; e) $\frac{7}{56}\cdot14$.

2. Calculează:

a) $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{7}$; b) $\frac{4}{5}\cdot\frac{11}{8}$; c) $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}$; d) $\frac{17}{10}\cdot\frac{20}{3}$; e) $\frac{7}{15}\cdot\frac{25}{49}$.

3. Calculează:

a) $1\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}$; b) $3\frac{4}{7}\cdot\frac{2}{15}$; c) $\frac{9}{8}\cdot1\frac{3}{5}$; d) $\frac{6}{11}\cdot2\frac{1}{5}$.

4. Calculează:

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{21}{18}$; b) $\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{1}{5}$; c) $\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{5}\right)$; d) $\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{5}$.

5. Calculează:

a) $\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{7}{15}-\frac{3}{10}\right)$; b) $\frac{2}{23}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{46}$; c) $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{24}\right)$; d) $5\cdot\frac{7}{11}+5\cdot\frac{3}{22}-5\cdot\frac{1}{2}$.

Fixăm!

1. Calculează:

a) $9\frac{2}{14}\cdot\frac{42}{128}\cdot11\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{68}$; b) $\frac{55}{44}\cdot\frac{88}{77}\cdot\frac{33}{22}\cdot\frac{70}{25}$.

2. Calculează:

a) $102\cdot\frac{3}{204}\cdot2\frac{1}{9}\cdot\frac{6}{19}$; b) $1\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{3}\cdot1\frac{1}{4}\cdot\ldots\cdot1\frac{1}{200}$.

3. Dacă $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{3^{100}}=S$, atunci calculează $S-\frac{1}{3}S$ și apoi S.

4. Se consideră numerele $a=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{2017}{2018}$ și $b=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{2016}{2017}$. Ordonează descrescător numerele a^2, $a\cdot b$ și b^2.

5. Activitate în echipă. Fie $A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2011}\right)$ și $B=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2013}\right)$.

a) Calculați numerele A și B. b) Arătați că $A\cdot B<\frac{1}{2}$.

Verificăm!

1. Arată că numărul A este pătrat perfect, unde $A=(2+4+6+\ldots+4036)\cdot\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\ldots+\frac{1}{2018\cdot2019}\right)$.

2. Fie $p=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}$. Arată că $p<\frac{1}{10}$.

3. Calculează produsul $\frac{2^3-1}{2^3+1}\cdot\frac{3^3-1}{3^3+1}\cdot\frac{4^3-1}{4^3+1}\cdot\ldots\cdot\frac{7^3-1}{7^3+1}$.

4. Fie numărul $n=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot70\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{70}\right)$.

a) Arată că numărul n este natural. b) Arată că numărul n se divide cu 71.

5. Se dau numerele $a=\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\ldots\cdot\frac{34}{35}$, $b=\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{9}{10}\cdot\ldots\cdot\frac{35}{36}$.

a) Compară numerele a și b. b) Arată că $3a<1$.

6. Determină cea mai mică fracție nenulă, care, înmulțită pe rând cu fracțiile $\frac{96}{77}$, $\frac{108}{91}$, $\frac{144}{143}$, dă un număr natural.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***